专题 1　三视图之俯视图拔高法

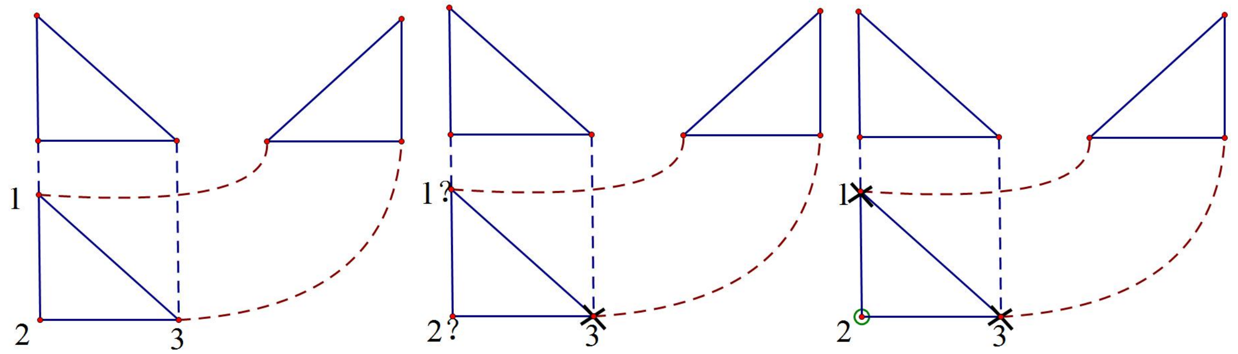
第一讲　盖房子模型——俯视图拔高

一个立体模型的三视图核心——俯视图，代表着地基，三视图可以从俯视图开始，采用画弧、连线、拔高.

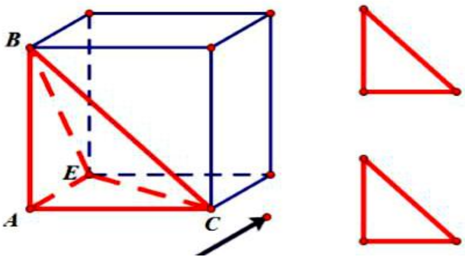
画弧：这个是根据工程制图的重要定理，就是俯视图和左视图可以通过90°弧线连接，找到相对应点.

连线：这就是确定各个位置，即主视图和俯视图的重垂线连接，主视图与左视图的水平线连接定位.

拔高：各点定位找好后，在俯视图上能拔高的直接立起来，俯视图转化成斜二测图形，并形成直观图.

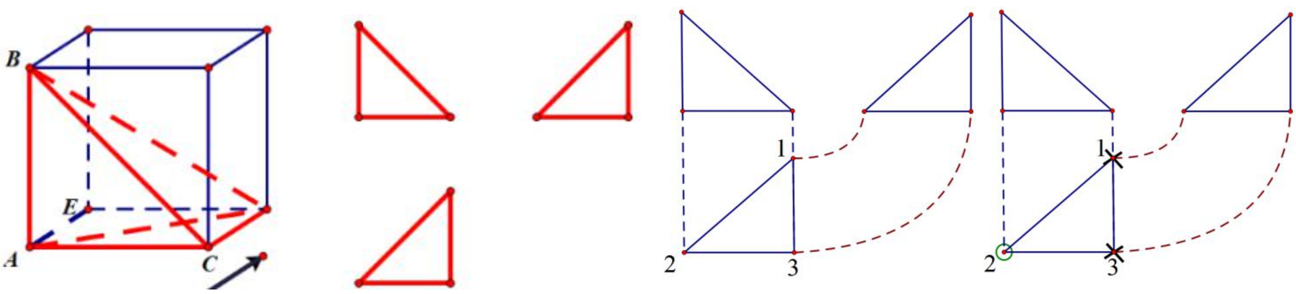


画弧　　　　连线　　　　拔高



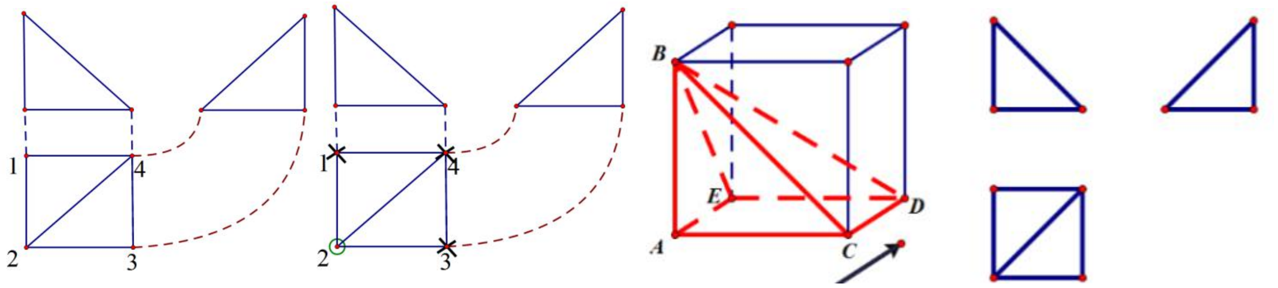
墙角体：墙角体的俯视图拔高法，先画弧将俯视图与左视图连接，并将俯视图的三点用数字标记出来．接着将主视图和俯视图连接，发现数字 1 和 2 所在的这条重垂线可以拔高，在不知道确切能拔高的点之前，标记上问号，而数字 3 所在的中垂线看主视图，明显没有高度，不能拔高，标记上X．最后判别 1 和 2，通过弧线可知 2 和 3 这条线可以拔高，故在 2 位置标记上○，而 1 所在的弧线是不能拔高，故标记上X．最后画出直观的墙角体.

鳖臑：所谓鳖臑就是四个面均为直角三角形的三棱锥,这个几何体在各类考试中出现的频率最高,感觉没有鳖臑就制作不出一桌满汉全席似的．下面看它的俯视图拔高法画出直观图.

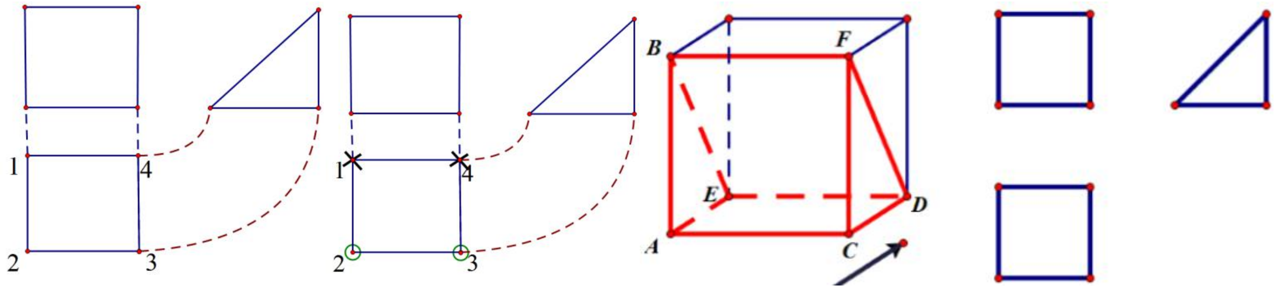


画弧+连线　　　　拔高

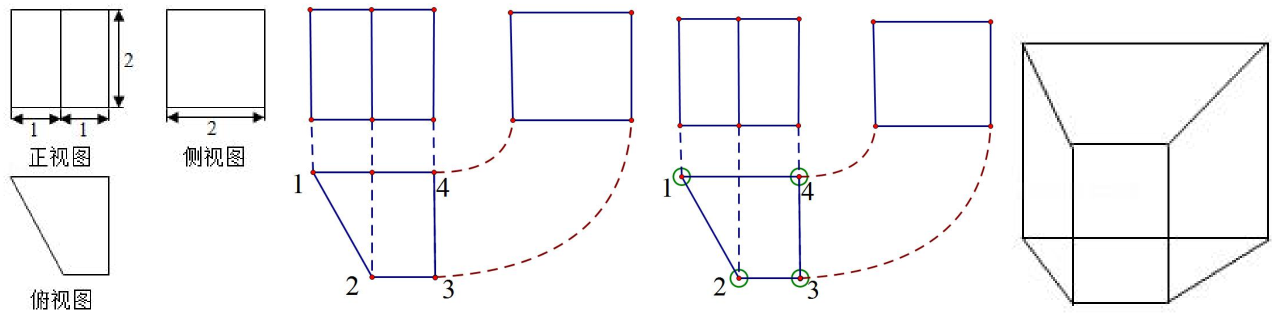
阳马：90 年代全国卷考过一道试题:四棱锥的四个侧面最多有几个直角三角形?其实，这就是考阳马．阳马就是底面为矩形而四个侧面都是直角三角形的四棱锥.



堑堵：正方体(长方体)沿着其对角面"一分为二"就得到两个堑堵.



【例 1】(2018•浙江）某几何体的三视图如图所示（单位：cm），则该几何体的体积（单位：cm^3）是（　　）

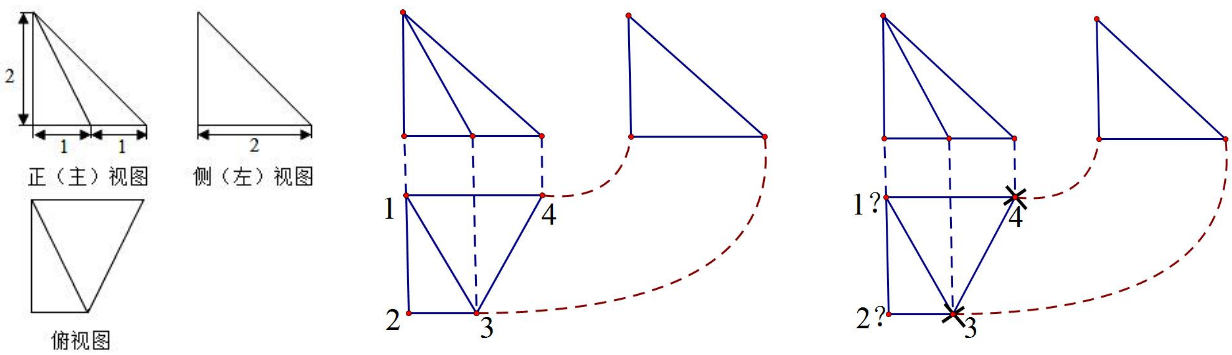


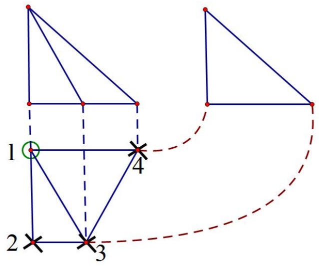
A．2　　B．4　　C．6　　D．8

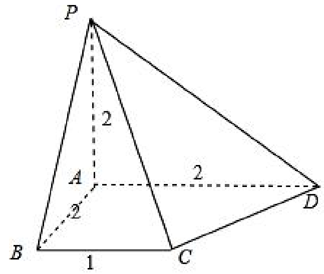
【解析】根据三视图：1，2，3，4 四点均需拔高，该几何体为底面为直角梯形的四棱柱．如图所示：故该几何体的体积为：$V=\dfrac{1}{2}\times(1+2)\times2\times2=6$．故选 C．

【例 2】(2018•北京）某四棱锥的三视图如图所示，在此四棱锥的侧面中，直角三角形的个数为（　　）

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

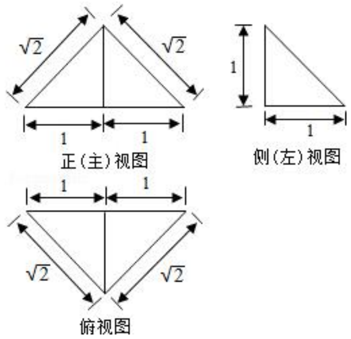


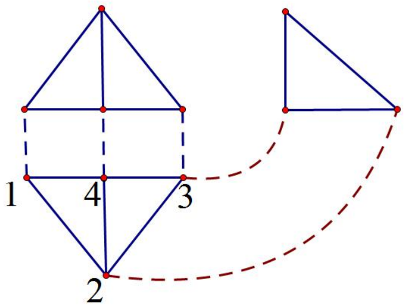


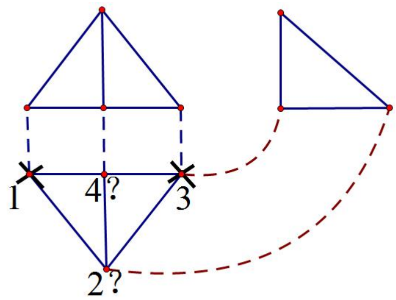


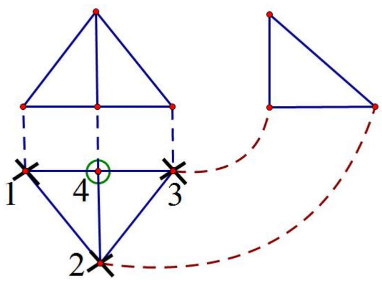
【解析】画弧，标记俯视图 1、2、3、4 后，作三条中垂线，易知 3、4 对应的主视图无法拔高，标记 X，1、2 标记○在通过弧线发现 1 可以拔高，2 无法拔高，故直观图为一四棱锥，中垂线为 1 对应拔高位置，记为 PA，2、3、4 分别为 B、C、D，四棱锥的三视图对应的直观图为：$PA\perp$底面 $ABCD$，$AC=\sqrt{5}$，$CD=\sqrt{5}$，$PC=3$，$PD=2\sqrt{2}$，可得三角形 PCD 不是直角三角形．所以侧面中有 3 个直角三角形，分别为 $\triangle PAB$，$\triangle PBC$，$\triangle PAD$．故选 C．

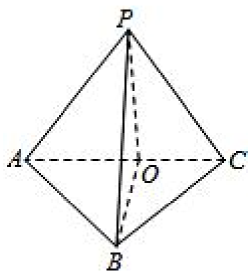
【例 3】（2015•安徽）一个四面体的三视图如图所示，则该四面体的表面积是（　　）









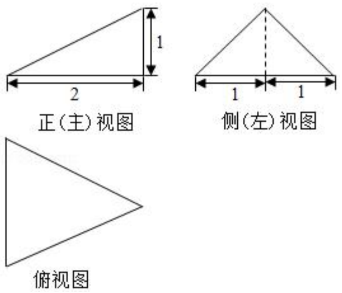


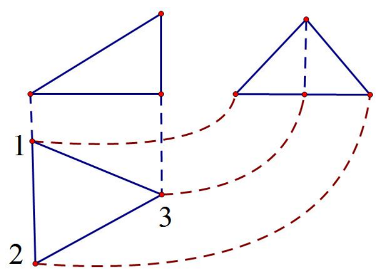
A．$1+\sqrt{3}$　　　　B．$2+\sqrt{3}$　　　　C．$1+2\sqrt{2}$　　　　D．$2\sqrt{2}$

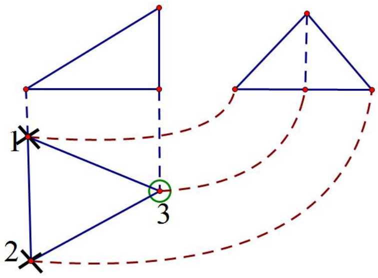
【解析】根据几何体的三视图，画弧并连线，标记俯视图水平面的 1、2、3、4 四个点，易知 1 和 3 点的主视图不支持拔高，2 和 4 则根据弧线来判断，2 不可以，最终 4 为可以拔高的点．该几何体是底面为等腰直角三角形的三棱锥．$\therefore$该几何体的表面积为

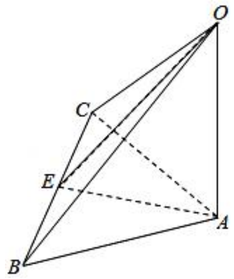
$$S_{表面积}=S_{\triangle PAC}+2S_{\triangle PAB}+S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}\times2\times1+2\times\frac{\sqrt{3}}{4}\times\left(\sqrt{2}\right)^2+\frac{1}{2}\times2\times1=2+\sqrt{3}$$．故选 B．

【例 4】（2015•北京）某三棱锥的三视图如图所示，则该三棱锥的表面积是（　　）







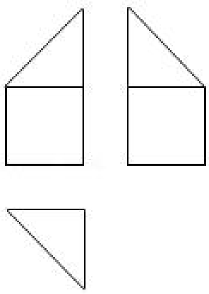


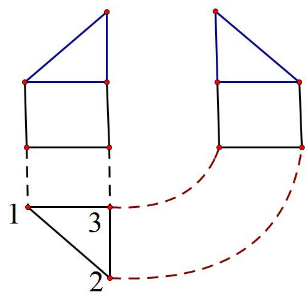
A．$2+\sqrt{5}$　　B．$4+\sqrt{5}$　　C．$2+2\sqrt{5}$　　D．5

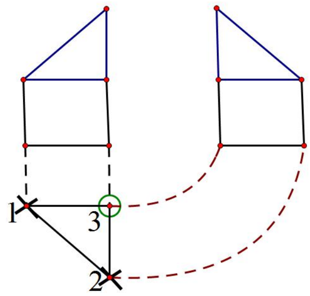
【解析】根据三视图，标记俯视图的1、2、3三点，显然主视图不支持1和2的拔高，而3很明显是可以拔高的，可判断直观图为：$OA\perp$面ABC，$AC=AB$，E为BC中点，$EA=2$，$EC=EB=1$，$OA=1$，$\therefore$可得$AE\perp BC$，$BC\perp OA$，由直线与平面垂直的判定定理得：$BC\perp$面AEO，$AC=\sqrt{5}$，$OE=\sqrt{5}$，$S_{\triangle ABC}=\dfrac{1}{2}\times 2\times 2=2$，$S_{\triangle OAC}=S_{\triangle OAB}=\dfrac{1}{2}\times\sqrt{5}\times 1=\dfrac{\sqrt{5}}{2}$．$S_{\triangle BCO}=\dfrac{1}{2}\times 2\times\sqrt{5}=\sqrt{5}$．故该三棱锥的表面积是$2+2\sqrt{5}$，故选C．

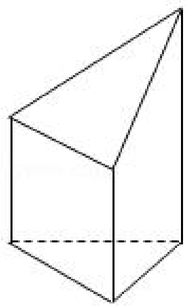
去底座拔高法：主视图和左视图都有的矩形部分叫做底座，故可以在三视图还原时不予考虑，最后加上去这个底座，也就是一个长方体部分，需要注意的是矩形必须为实线．

【例5】（2017•新课标I）某多面体的三视图如图所示，其中正视图和左视图都由正方形和等腰直角三角形组成，正方形的边长为2，俯视图为等腰直角三角形，该多面体的各个面中有若干个是梯形，这些梯形的面积之和为（　　）







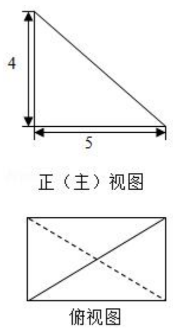


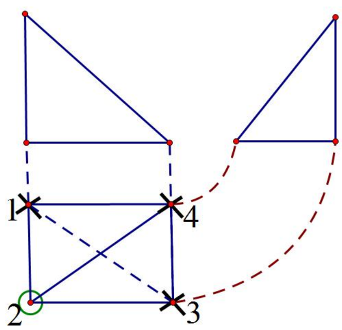
A．10　　B．12　　C．14　　D．16

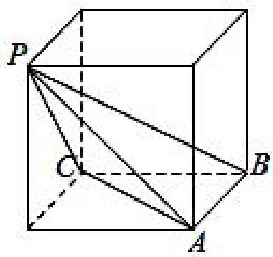
【解析】由三视图，标记俯视图1、2、3，忽略底部的正方形部分，则拔高的是3号点，可画出直观图，该立体图中只有两个相同的梯形的面，$S_{梯形}=\dfrac{1}{2}\times 2\times(2+4)=6$，$\therefore$这些梯形的面积之和为$6\times 2=12$，故选B．

【注意】俯视图有虚线时，定是挖去的部分，先按照无虚线还原后，再将虚线部分和拔高点相连的那部分三棱锥去除即可．

【例6】（2017•北京）某三棱锥的三视图如图所示，则该三棱锥的体积为（　　）



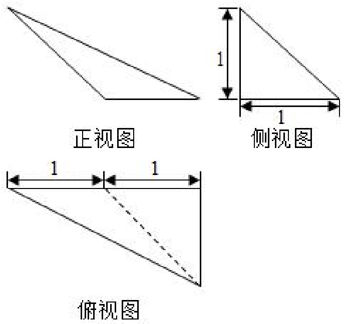


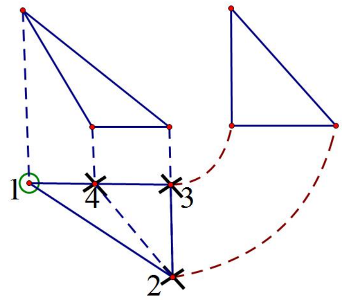


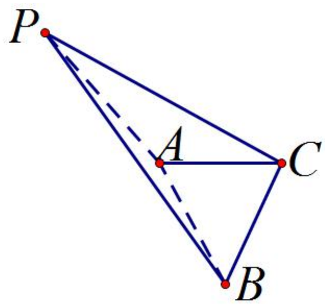
A．60　　B．30　　C．20　　D．10

【解析】由三视图，标记俯视图 1、2、3、4，易知 1、3、4 不可拔高，2 点可以拔高，又由于 1、2、3 位于虚线三角形区域，故 1、2、3 形成的三棱锥被挖去，该几何体为三棱锥，该三棱锥的体积 $V=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times5\times3\times4=10$．故选 D.

【例 7】(2016•北京) 某三棱锥的三视图如图所示，则该三棱锥的体积为（　　）



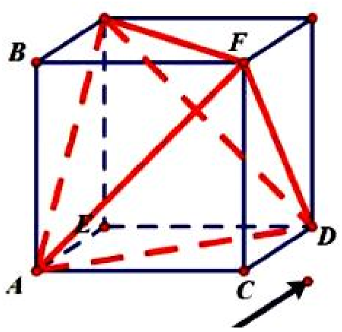


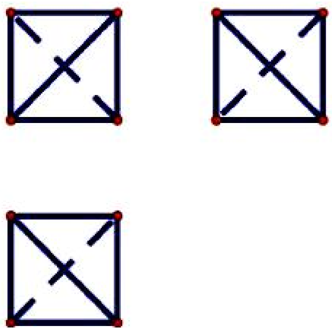


A. $\frac{1}{6}$　　B. $\frac{1}{3}$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. 1

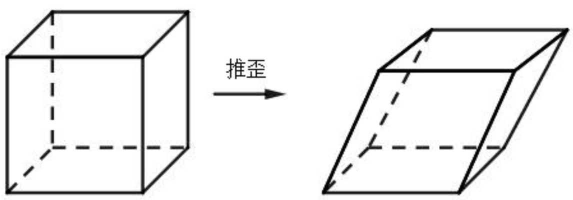
【解析】由已知中的三视图可得：俯视图中只有 1 可以拔高，但 1、2、4 位于虚线三角形内，故要挖去这部分三棱锥，该几何体是一个以俯视图为底面的三棱锥，棱锥的底面面积 $S=\frac{1}{2}\times1\times1=\frac{1}{2}$，高为 1，故棱锥的体积 $V=\frac{1}{3}Sh=\frac{1}{6}$，故选 A.

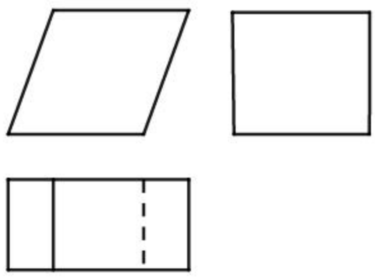
正四面体：最"正"的四面体，就是 6 条棱长都相等的三棱锥,我们有个习惯，绝大多数看到正四面体的时候,都是要把它放进正方体中去思考，三视图也不例外．





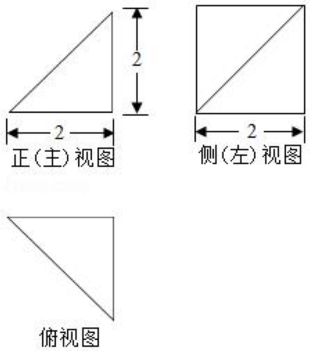
歪台



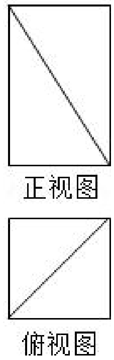


达标训练

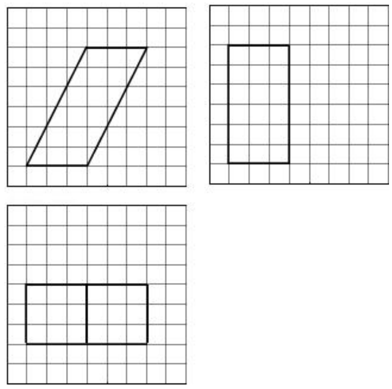
1．（2017•北京）某四棱锥的三视图如图所示，则该四棱锥的最长棱的长度为（　　）



第 1 题

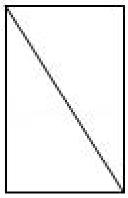
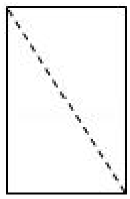
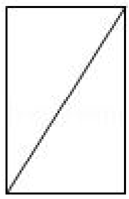
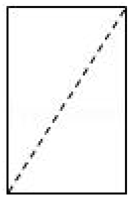


第 2 题


第 3 题

A．$3\sqrt{2}$　　B．$2\sqrt{3}$　　C．$2\sqrt{2}$　　D．2

2．（2016•天津）将一个长方体沿相邻三个面的对角线截去一个棱锥，得到的几何体的正视图与俯视图如图所示，则该几何体的侧（左）视图为（　　）

A．　B．　C．　D．

3．（2016•新课标III）如图，网格纸上小正方形的边长为 1，粗实线画出的是某多面体的三视图，则该多面体的表面积为（　　）

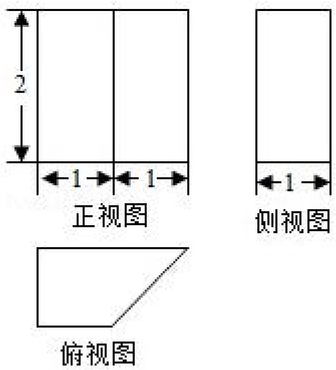
A．$18+36\sqrt{5}$　　B．$54+18\sqrt{5}$　　C．90　　D．81

4．（2015•福建）某几何体的三视图如图所示，则该几何体的表面积等于（　　）

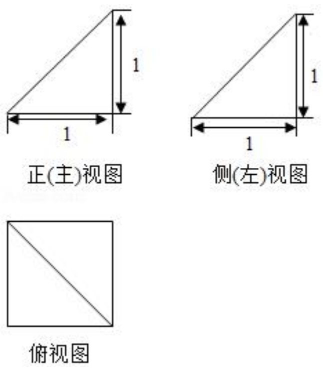
A．$8+2\sqrt{2}$　　B．$11+2\sqrt{2}$　　C．$14+2\sqrt{2}$　　D．15

5．（2015•北京）某四棱锥的三视图如图所示，该四棱锥最长棱的棱长为（　　）

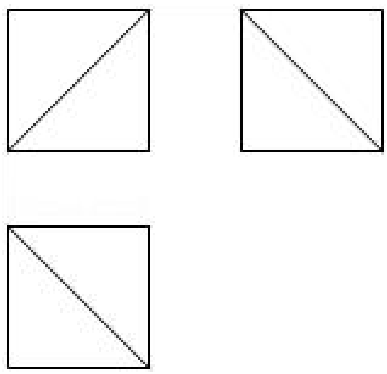
A．1　　B．$\sqrt{2}$　　C．$\sqrt{3}$　　D．2



第 4 题



第 5 题

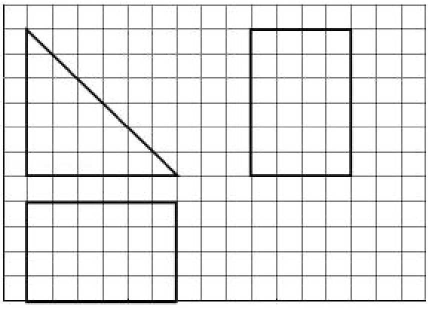

第 6 题

6．（2015•新课标II）一个正方体被一个平面截去一部分后，剩余部分的三视图如图，则截去部分体积与剩余部分体积的比值为（　　）

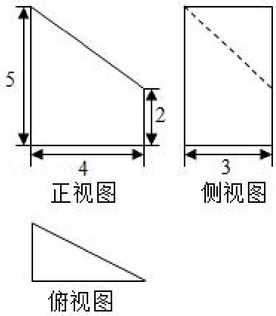
A．$\frac{1}{8}$　　B．$\frac{1}{7}$　　C．$\frac{1}{6}$　　D．$\frac{1}{5}$

7.（2014•新课标Ⅰ）如图，网格纸的各小格都是正方形，粗实线画出的是一个几何体的三视图，则这个几何体是（　　）

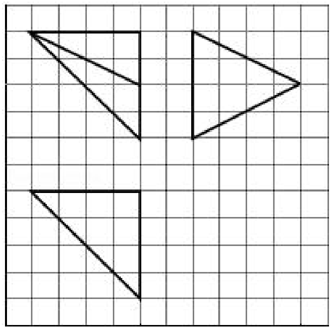
A．三棱锥　　B．三棱柱　　C．四棱锥　　D．四棱柱



第 7 题



第 8 题



第 9 题

8.（2014•重庆）某几何体的三视图如图所示，则该几何体的体积为（　　）

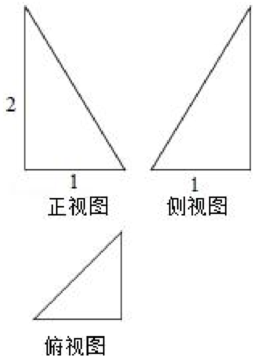
A．12　　B．18　　C．24　　D．30

9.（2014•新课标Ⅰ）如图，网格纸上小正方形的边长为 1，粗实线画出的是某多面体的三视图，则该多面体的各条棱中，最长的棱的长度为（　　）

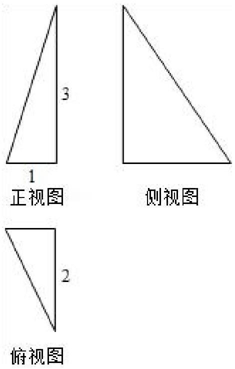
A．$6\sqrt{2}$　　B．6　　C．$4\sqrt{2}$　　D．4

10.（2013•广东）某三棱锥的三视图如图所示，则该三棱锥的体积是（　　）

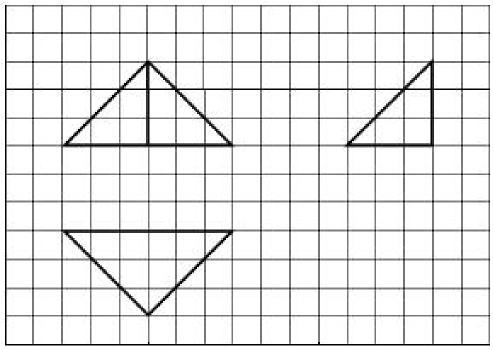
A．$\frac{1}{6}$　　B．$\frac{1}{3}$　　C．$\frac{2}{3}$　　D．1



第 10 题



第 11 题



第 12 题

11.（2012•浙江）已知某三棱锥的三视图（单位：cm) 如图所示，则该三棱锥的体积是（　　）

A．$1\,cm^3$　　B．$2\,cm^3$　　C．$3\,cm^3$　　D．$6\,cm^3$

12.（2012•新课标）如图，网格纸上小正方形的边长为 1，粗线画出的是某几何体的三视图，则此几何体的体积为（　　）

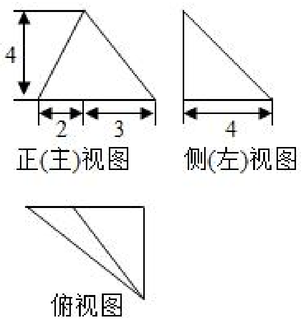
A．6　　B．9　　C．12　　D．18

13.（2012•北京）某三棱锥的三视图如图所示，该三棱锥的表面积是（　　）

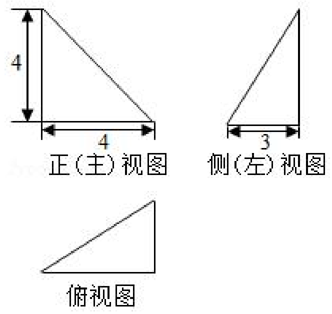
A．$28+6\sqrt{5}$　　B．$30+6\sqrt{5}$　　C．$56+12\sqrt{5}$　　D．$60+12\sqrt{5}$

14.（2011•北京）某四面体的三视图如图所示，该四面体四个面的面积中，最大的是（　　）

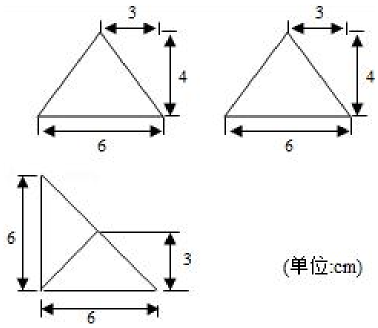
A．8　　B．$6\sqrt{2}$　　C．10　　D．$8\sqrt{2}$



第 13 题



第 14 题

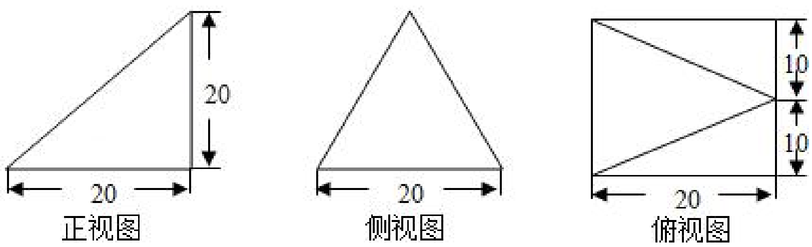


第 15 题

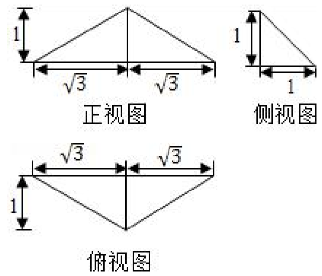
15.（2009•海南）一个棱锥的三视图如图，则该棱锥的全面积（单位：cm^2）为（　　）

A．$48+12\sqrt{2}$　　B．$48+24\sqrt{2}$　　C．$36+12\sqrt{2}$　　D．$36+24\sqrt{2}$

16.（2007•海南）已知某个几何体的三视图如图，根据图中标出的尺寸（单位：cm），可得这个几何体的体积是（　　）



第 16 题



第 17 题

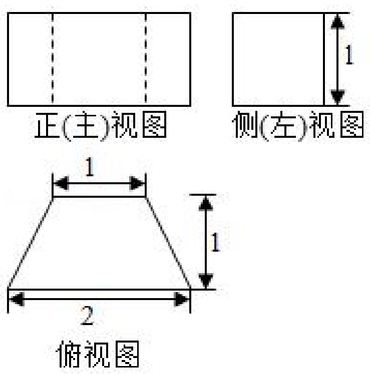
A．$\dfrac{4000}{3}cm^3$　　B．$\dfrac{8000}{3}cm^3$　　C．$2000cm^3$　　D．$4000cm^3$

17.（2016•四川）已知某三棱锥的三视图如图所示，则该三棱锥的体积是_________.

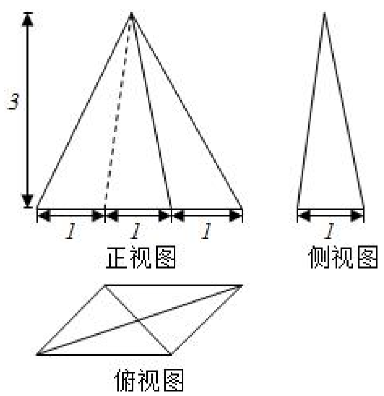
18.（2016•北京）某四棱柱的三视图如图所示，则该四棱柱的体积为_________.

19.（2016•天津）已知一个四棱锥的底面是平行四边形，该四棱锥的三视图如图所示（单位：m），则该四棱锥的体积为_________ m^3.

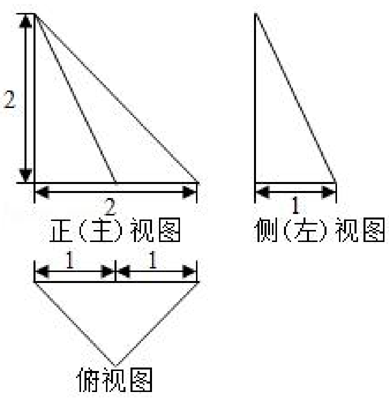
20.（2014•北京）某三棱锥的三视图如图所示，则该三棱锥最长棱的棱长为_________.



第 18 题

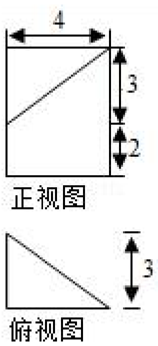


第 19 题

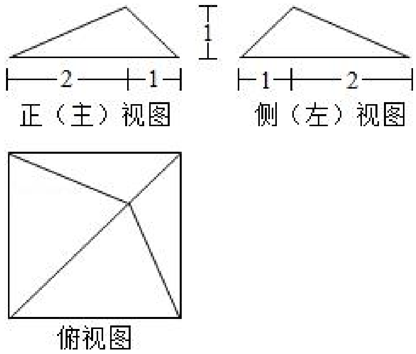


第 20 题

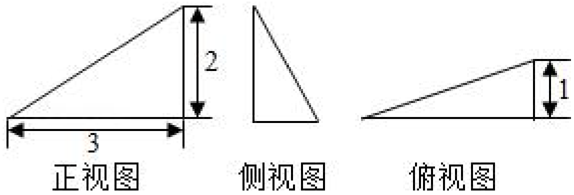
21．（2013•浙江）若某几何体的三视图（单位：cm）如图所示，则此几何体的体积等于__________cm^3．



第 21 题



第 22 题

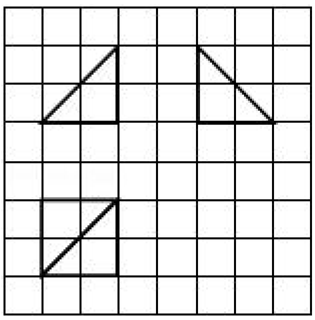


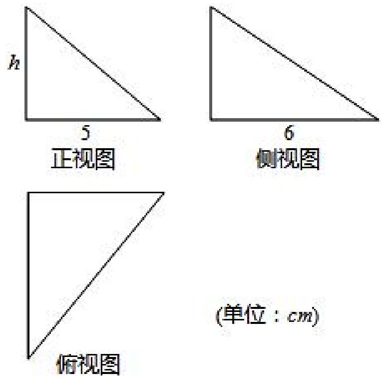
第 23 题

22．（2013•北京）某四棱锥的三视图如图所示，该四棱锥的体积为__________．

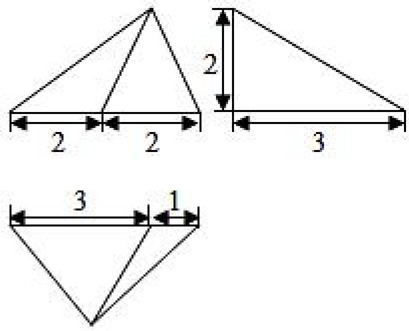
23．（2012•浙江）已知某三棱锥的三视图（单位：cm）如图所示，则该三棱锥的体积等于__________cm^3．

24．（2010•辽宁）如图，网格纸的小正方形的边长是 1，在其上用粗线画出了某多面体的三视图，则这个多面体最长的一条棱的长为__________．


第 24 题



第 25 题



第 26 图

25．（2010•湖南）图中的三个直角三角形是一个体积为 $20\,cm^3$ 的几何体的三视图，则 $h=$__________cm．

26．（2009•辽宁）设某几何体的三视图如图（尺寸的长度单位为 m）则该几何体的体积为__________m^3．